

Popunjava student		Popunjava nastavnik						
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime	1	2	3	4	5	6	Σ

Napomena: Kolokvijum traje 120 minuta. Prvih 60 minuta nije dozvoljen izlazak iz sale. Upotreba grafitne olovke, kalkulatora i fakultetske vežbanke je dozvoljena.

Rešenja zadataka napisati **čitko** na unutrašnjoj strani dvolisnice. Rezultate upisati **čitko** u predviđena, označena polja. Broj poena koji nosi svako označeno polje dat je u uglastim zagradama.

Dežurnom nastavniku **predati samo dvolisnicu sa zadacima**.

1. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti mernih rezultata prikazanih u tabeli.

	Rezultat merenja x	Proširena kombinovana merna nesigurnost U_c	Broj značajnih cifara nesigurnosti U_c	Najbolja procena tačne vrednosti $(x \pm U_c)$ []
[1]	826,50 kg/m ³	67,72 kg/m ³	2	(826 ± 68) kg/m ³
[1]	1,258 m	13,52 cm	1	(1,3 ± 0,2) cm
[1]	0,735 kg	42,1 g	1	(740 ± 40) g
[1]	9,808 m/s ²	0,126 m/s ²	2	(9,81 ± 0,13) m/s ²
[1]	2,083 · 10 ¹¹ N/m ²	18,24 · 10 ⁹ N/m ²	1	(2,1 ± 0,2) · 10 ¹¹ N/m ²

2. Pri merenju dužine instrumentom rezolucije 0,2 mm dobijena srednja vrednost uzorka iznosi 25,4 mm. Odstupanja pojedinačnih rezultata od srednje vrednosti uzorka prikazana su u tabeli.

Redni broj merenja i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odstupanje a_i [mm]	0,2	1,2	-0,4	1,0	-1,4	-1,6	0,6	-0,8	1,8	?

Izračunati:

- deseto po redu odstupanje a_{10} , standardno odstupanje uzorka s i standardno odstupanje srednje vrednosti s_{xs} ,
- standardnu mernu nesigurnost tip A u_A i standardnu mernu nesigurnost tip B u_B (usvojiti uniformnu raspodelu),
- standardnu kombinovanu mernu nesigurnost u_C i proširenu mernu nesigurnost U_c (usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti od 95%). Proširenu mernu nesigurnost U_c zaokružiti na jednu značajnu cifru. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti $(x_s \pm U_c)$.

Sve međurezultate (s , s_{xs} , u_A , u_B i u_C) zaokružiti na tri decimale.

[0,5] $a_{10} = -0,6$ mm	[0,5] $s = 1,143$ mm	[0,5] $s_{xs} = 0,361$ mm	[0,5] $u_A = 0,361$ mm	[0,5] $u_B = 0,058$ mm	[0,5] $u_C = 0,366$ mm
		[1] $U_c = 0,7$ mm	[1] $(x_s \pm U_c)$ [] = (25,4 ± 0,7) mm		

3. Gustina (ρ) tela oblika lopte određuje se na bazi merenja mase (m) i prečnika lopte (d). Nesigurnost merenja mase je u_m , a nesigurnost merenja prečnika lopte je u_d . Izvesti izraz za relativnu standardnu kombinovanu mernu nesigurnost merenja gustine u_ρ/ρ . Smatrati da su merenja mase i prečnika lopte međusobno nekorelisane veličine i da merenja nisu ponavljana.

[1] $\rho = \frac{6m}{d^3\pi}$ (izraz)	[1] $\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{6}{d^3\pi}$	[1] $\frac{\partial\rho}{\partial d} = -\frac{18m}{d^4\pi}$	[1] $u_\rho = \frac{6m}{d^3\pi} \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3\frac{u_d}{d}\right)^2}$	[1] $u_\rho/\rho = \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3\frac{u_d}{d}\right)^2}$
--	---	--	---	--

4. Pri eksperimentu određivanja gustine supstance u zrnastom obliku pomoću piknometra izmereni su sledeći podaci: masa supstance u zrnastom obliku $m_1 = 105,2$ g, ukupna masa piknometra napunjenog vodom do vrha i supstance u zrnastom obliku $m_2 = 127,4$ g, masa piknometra u koji je stavljena zrnasta supstanca i koji je potom dopunjen vodom do vrha $m_3 = 118,5$ g. Gustina vode je $\rho_0 = 1000$ kg/m³. Koliko iznosi gustina zrnaste supstance? Rezolucija elektronske vage je 0,1 g. Za mernu nesigurnost tip B elektronske vage usvojiti uniformnu raspodelu. Sve nesigurnosti izmerenih masa su jednake i međusobno nekorelisane. Nesigurnost gustine vode se zanemaruje. Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na dve značajne cifru.

[0,5] $\rho_x = \rho_0 \frac{m_1}{m_2 - m_3}$ (izraz)	[0,5] $\rho_x = 11820$ kg/m ³ (celobrojna vrednost)	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_1} = \rho_0 \frac{1}{m_2 - m_3}$	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_2} = -\rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_3} = \rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$
[1] $u_{\rho B} = \frac{\rho_0 u_m}{m_2 - m_3} \sqrt{1 + 2\left(\frac{m_1}{m_2 - m_3}\right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{\rho B} = 54$ kg/m ³ (celobrojna vrednost)	[0,5] $U_{\rho C} = 110$ kg/m ³ (zaokružena vrednost)	[0,5] $(\rho_x \pm U_{\rho C}) [] = (11820 \pm 110)$ kg/m ³	

5. Žica početne dužine $l = 361,00$ cm i prečnika $d = 0,98$ mm opterećena je tegom mase $m = 3$ kg. Izmereno apsolutno istezanje pri datom opterećenju iznosi 0,94 mm. Rezolucija instrumenta za merenje dužine žice i apsolutnog istezanja žice je 0,02 mm, a rezolucija instrumenta za merenje prečnika žice je 0,01 mm. Sve nesigurnosti izmerenih veličina (u_l i u_d) su međusobno nekorelisane i za sve se usvaja uniformna raspodela. Izračunati modul elastičnosti žice (za $\pi = 3,14$) i rezultat izraziti u obliku $E_Y \pm U_{E_Y}$. Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 99,7%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru. Gravitaciono ubrzanje zemljine teže je $g = 9,81$ m/s².

[0,5] $E_Y = \frac{4mg}{\pi d^2} \cdot \frac{l}{\Delta l}$ (izraz)	[0,5] $E_Y = 1,498 \cdot 10^{11}$ N/m ² (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 3 decimale)	[2,5] $u_{E_Y} = E_Y \sqrt{\left(\frac{u_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{u_d}{d}\right)^2 + \left(2\frac{u_d}{d}\right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{E_Y} = 1,28 \cdot 10^9$ N/m ² (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)
	[0,5] $U_{E_Y} = 4 \cdot 10^9$ N/m ² (zaokružena vrednost na jednu značajnu cifru)	[0,5] $(E_Y \pm U_{E_Y}) [] = (1,50 \pm 0,04) \cdot 10^{11}$ N/m ²	

6. Pri merenju gravitacionog ubrzanja pomoću matematičkog klatna izmeren je period oscilovanja T za više različitih dužina klatna l . Koeficijent pravca optimalne prave dobijen na osnovu eksperimentalnog postupka iznosi $a = 3,924$ s²/m.

a) Koliko iznosi izmerena vrednost gravitacionog ubrzanja g_M (za $\pi=3,14$)? Rezultat zaokružiti na tri decimale.

b) Ako je uslovno tačna vrednost gravitacionog ubrzanja za Beograd $g_{BG} = 9,806$ m/s², koliko iznosi relativna greška merenja ε_r . Relativnu grešku izraziti u procentima i zaokružiti na jednu decimalu.

c) Ako je jedan par rezultata merenja (71 cm, 1,78 s), da li se tom paru odgovarajuća tačka A nalazi iznad ili ispod optimalne prave?

[1] $g_M = \frac{4\pi^2}{a}$ (izraz)	[1] $g_M = 10,051$ m/s ² (zaokružena vrednost)	[1] $\varepsilon_r = \frac{g_M - g_{BG}}{g_{BG}}$ (izraz)	[1] $\varepsilon_r [\%] = 2,5\%$ (zaokružena vrednost)	[1] A: Iznad optimalne prave.
--	---	---	--	----------------------------------